Mathematik-Wiederholungsaufgaben Jahrgangsstufe 9

1. Quadratwurzeln

a) Berechne die Termwerte ohne Taschenrechner!

$\sqrt{121}$ = $\sqrt{\frac{4}{9}}$ = $\sqrt{1024}$ =

$\sqrt{25-16}$ = $\sqrt{25}-\sqrt{16}$ = $\sqrt{10^{-2}}$ =

b) Vereinfache die Wurzelterme durch teilweises Radizieren möglichst weitgehend ohne Taschenrechner!

$\sqrt{18}$ = $\sqrt{80}$ = $\sqrt{450}$ =

$\sqrt{\frac{162}{289}}$ = $\sqrt{\frac{243}{36}}$ = $\sqrt{1000}$ =

c) Ersetze die Platzhalter ____ $\in \mathbb{N}$ so, dass eine wahre Aussage entsteht! Führe dazu einen Zwischenschritt ..... ein!

$\sqrt{4}+\sqrt{9}=$ ………………….…………… $=\sqrt{\_\_\_\_}$ $\sqrt{18}-\sqrt{\_\_\_\_}=$ ………………….…………… $=2\sqrt{2}$

$\sqrt{27}+3\sqrt{\_\_\_\_}=$ ………………….…………… $=\sqrt{\_\_\_\_}$ $\sqrt{169}-\sqrt{25}=$ ………………….…………… $=\sqrt{\_\_\_\_}$

d) Vereinfache jeden der Terme möglichst weitgehend ohne Taschenrechner!

$3\left(2+\sqrt{4}\right)$ =

$(\sqrt{6}+\sqrt{24})^2$ =

$(\sqrt{12}+4)(2-\sqrt{3})$ =

$(\sqrt{6}-\sqrt{54})\cdot(-\sqrt{2})$=

e) Mache den Nenner rational und vereinfache möglichst weitgehend!

$\frac{3}{\sqrt{15}}$ = $\frac{3}{2\sqrt{6}}$ =

$\frac{x}{\sqrt{x}}$ = $\frac{14}{\sqrt{2x+2y}}$ =

f) Vereinfache die Wurzelterme unter Verwendung der binomischen Formeln!

$\sqrt{x^2+2xy+y^2}$ =

$\sqrt{x^4+2x^2y^2+y^4}$ =

$\sqrt{4x^2-24x+36}$ =

2. Quadratische Funktionen

a) Gib bei jeder der durch ihre Scheitelpunktform $f\colon x\mapsto f(x)$ gegebenen Parabeln den Scheitelpunkt S und ihren Schnittpunkt S_y mit der y-Achse an! Bestimme zudem die allgemeine Form der Funktionsgleichung!

$f(x)=(x-1)^2+2$;

$f(x)=2(x+3)^2-4$;

$f(x)=-2(x-1)^2$;

b) Gib jeweils die Nullstelle(n) der Funktion f mit $f: x \mapsto f(x)$ und bestimme die allgemeine Form der Funktionsgleichung!

$f(x) = (x-1)(x+5)$;

$f(x) = -2(x+9)(x-3{,}5)$;

$f(x) = x(x-1)$;

$f(x) = (x-7)^2$;

c) Ermittle rechnerisch die Anzahl der Nullstellen der Funktion f mit $f: x \mapsto f(x)$ mit Hilfe der Diskriminate!

$f(x) = -x^2 + 5x - 2$;

$f(x) = 3x^2 - 6x + 3$;

$f(x) = 2x^2 + 3x + 10$;

d) Bestimme jeweils die Lösungsmenge mithilfe der Lösungsformel (Mitternachtsforme)!

$0{,}5x^2 - 3x + 2{,}5 = 0$

$2x^2 - 12x + 18 = 0$

e) Ordne die Funktionen den Graphen zu und gib eine Begründung für die Zuordnung an!

$\boxed{f(x) = 0{,}75(x-2)(x+2)}$

Graph ...., weil..

....

$\boxed{g(x) = (x-3)^2 - 4}$

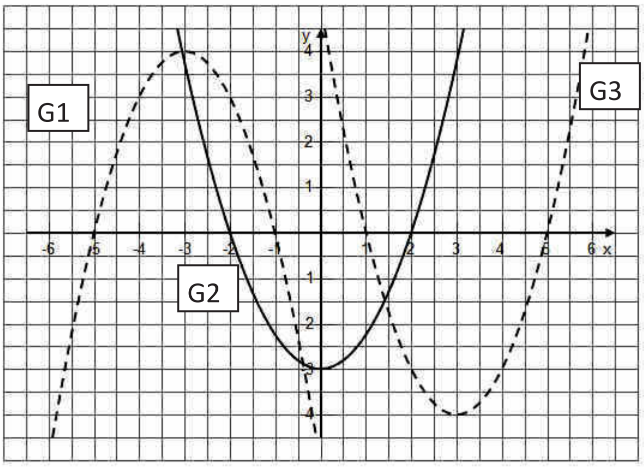
Graph ...., weil..

....

$\boxed{h(x) = -x^2 - 6x - 5}$

Graph ...., weil..

....



f) Gib bei jeder Bruchgleichung zunächst die maximale Definitionsmenge über der Grundmenge $G = \mathbb{R}$ an und berechne anschließend die Lösungsmenge!

$\frac{x}{3} + \frac{3}{x} = 2$; D =

$\frac{8x-5}{x} = \frac{9x}{x+2}$; D =

$\frac{x}{1+x} = \frac{4-x}{1-x^2}$; D =

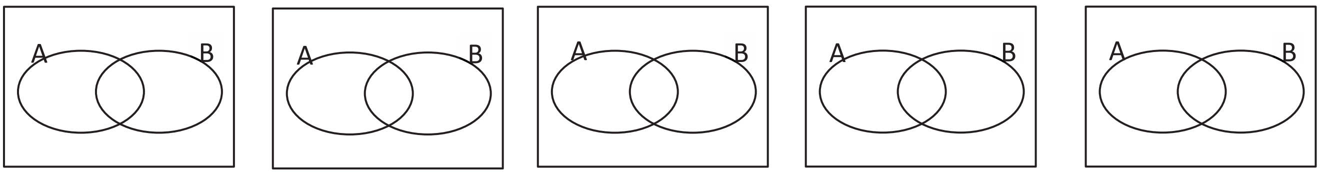
g) Berechne jeweils die Lösungsmenge!

I:	$x + y + z = 9$	I:	$x + y + z = 12$	I:	$6x + y - 3z = 9$
II:	$x + y = 5$	II:	$x - y + z = 4$	II:	$2x + 2y - z = 3$
III:	$y + z = 8$	III:	$x - y - z = -6$	III:	$5x - 4y - 4z = 0$

3. Wahrscheinlichkeit verknüpfter Ereignisse

a) Färbe jeweils die in der Mengenschreibweise dargestellte Menge im Mengendiagramm ein!

$A \cap B$ $\qquad$ $\bar{A} \cup B$ $\qquad$ $\bar{A} \cap B$ $\qquad$ $\overline{A \cup B}$ $\qquad$ $\bar{A} \cup \bar{B}$



b) Bei der Herstellung von Handys können Materialfehler M und Betriebssystemfehler B auftreten. Eine Stichprobe von 400 Handys ergibt, dass 8 Stück einen Materialfehler und 12 Stück einen Betriebssystemfehler haben. 2 Stück haben einen Betriebssystemfehler und einen Materialfehler.

Erstelle je eine Vierfeldertafel mit den absoluten und den relativen Häufigkeiten zu den Ereignissen M: ein Materialfehler liegt vor und B: ein Betriebssystemfehler liegt vor.

Die relativen Häufigkeiten können nun als Wahrscheinlichkeiten angesehen werden. Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei einem zufällig ausgewählten Handy

E_1: kein Materialfehler vorliegt

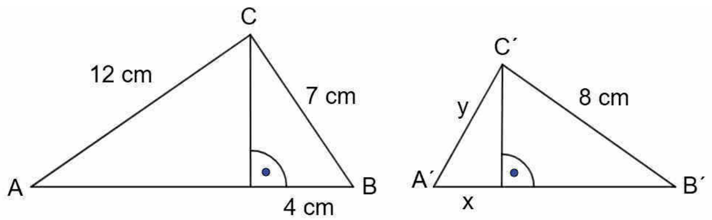
E_2: mindestens ein Fehler vorliegt

E_3: höchstens ein Fehler vorliegt

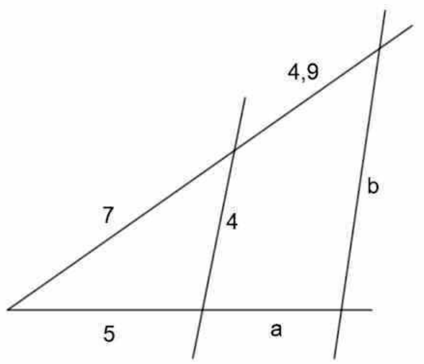
E_4: genau einer der beiden Fehler vorliegt.

4. Ähnlichkeit und Strahlensatz

a) Die Dreiecke ABC und A'B'C' sind ähnlich. Berechne x und y ohne die Maßzahlen zu runden!



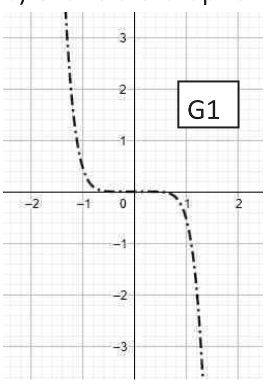
b) In der Figur verlaufen die sich nicht schneidenden Geraden parallel. Berechne die Längen a und b.

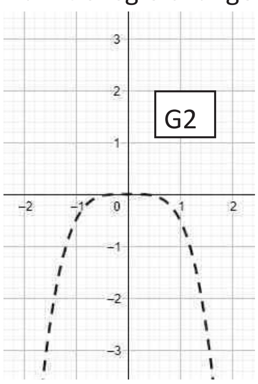


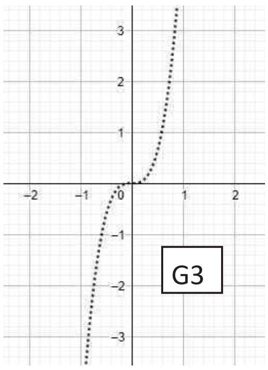
5. Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten und Erweiterung des Potenzbegriffes

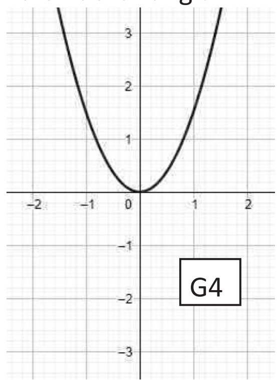
a) Der Graph von f mit $f(x) = a \cdot x^n$ verläuft die Punkte A $(1|2{,}5)$ und B $(-2|-20)$. Bestimme $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ und $n \in \mathbb{N}$.

b) Ordne die Graphen den Funktionsgleichungen zu und gib die Begründung für die Zuordnung an!









$f(x) = 1{,}5x^2$ gehört zu Graph ...., weil,..

$f(x) = -0{,}5x^4$ gehört zu Graph ...., weil,..

$f(x) = 5x^3$ gehört zu Graph ...., weil,..

$f(x) = -0{,}5x^7$ gehört zu Graph ...., weil..

c) Bestimme jeweils die Lösungsmenge der Gleichung ohne Taschenrechner!

$x^9 = 1$ $\quad$ $x^4 = -16$ $\quad$ $x^3 = \frac{8}{27}$ $\quad$ $x^5 = 0{,}00032$

d) Vereinfache jeden der Terme möglichst weitgehend und stelle ihn in Potenzschreibweise und in Wurzelschreibweise (bzw. als rationale Zahl) dar!

$2^{\frac{3}{5}} \cdot 2^{-\frac{4}{5}} =$

$81^{1,5} : 81^{1,25} =$

$\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[4]{4} =$

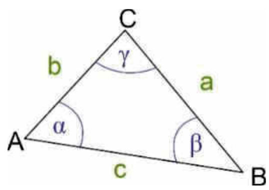
$\left(\sqrt{a^2}\right)^{\frac{3}{4}} =$

$\sqrt[3]{\frac{2}{3}} : \sqrt[6]{\frac{4}{9}} =$

6. Satz des Pythagoras

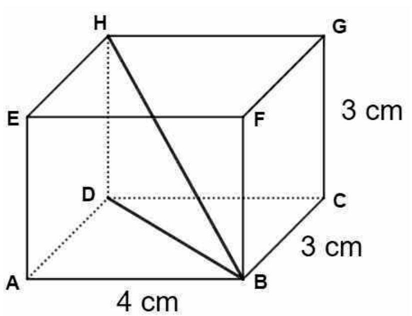
a) Berechne jeweils die fehlenden Seitenlängen sowie den Umfang und den Flächeninhalt des Dreiecks ABC auf eine Dezimale genau!

a = 8 cm; b = 5 cm; $\alpha = 90°$

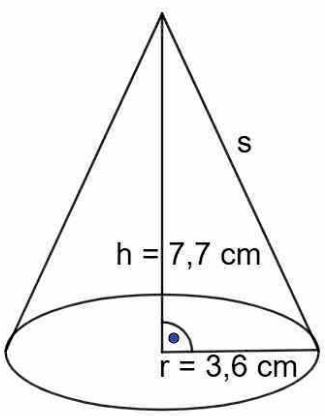


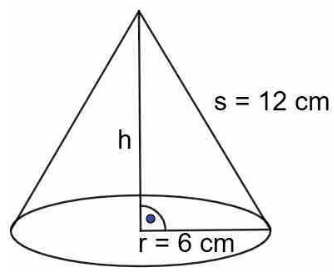
a = 3,5 cm; b = 7 cm; $\beta = 90°$

b) Berechne die Längen der eingezeichneten Diagonalen $\overline{BD}$ und $\overline{BH}$ des Quaders ABCDEFGH!



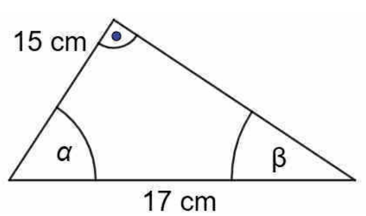
c) Bestimme jeweils die gesuchte Streckenlänge s bzw. h des geraden Kegels!

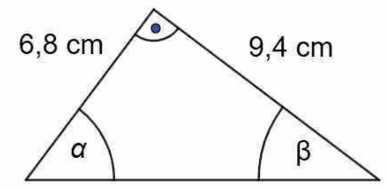




Trigonometrie

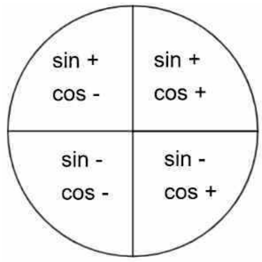
a) Berechne jeweils die Größen der fehlenden Innenwinkel auf Grad genau mit Hilfe der Verhältnisse der Längen der entsprechenden Seiten im rechtwinkligen Dreieck (Ankathete, Gegenkathete, Hypotenuse, sin, cos, tan)!





b) Gib jeweils in dem Kästchen ☐ an, ob der Termwert positiv, negativ oder null ist!

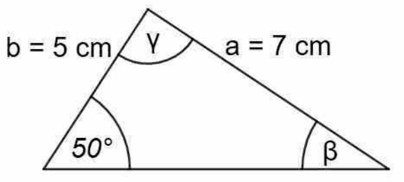
sin 51° ☐	cos 90° ☐	cos 323° ☐	sin 285° ☐
sin 178° ☐	cos 95° ☐	sin 180° ☐	cos 200° ☐
sin 265° ☐	cos 180° ☐	cos 87° ☐	sin 270° ☐

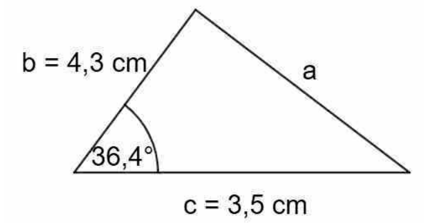


c) Gib jeweils einen Winkel α_1 an, dessen Sinuswert genauso groß ist wie der des angegebenen Winkels α, und einen Winkel α_2, dessen Kosinuswert genauso groß ist wie der des angegebenen Winkels α!

α	$\alpha_1 \rightarrow sin\alpha_1 = sin\alpha$	$\alpha_2 \rightarrow cos\alpha_2 = cos\alpha$	α	$\alpha_1 \rightarrow sin\alpha_1 = sin\alpha$	$\alpha_2 \rightarrow cos\alpha_2 = cos\alpha$
37°			90°		
213°			180°		
341°			146°		

d) Berechne den fehlenden Winkel β mit Hilfe des Sinussatzes „Die Längen zweier Seiten verhalten sich wie die Sinuswerte ihrer Gegenwinkel" und anschließend den Winkel γ sowie die fehlende Seite a mit Hilfe des Kosinussatzes $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot cos\alpha$ auf Grad bzw. Millimeter genau!





Mathematik-Wiederholungsaufgaben Jahrgangsstufe 9

1. Quadratwurzeln

a) Berechne die Termwerte ohne Taschenrechner!

$\sqrt{121}$ = 11 $\quad\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}\quad$ $\sqrt{1024}$ = 32

$\sqrt{25-16}$ = 3 $\quad\sqrt{25}-\sqrt{16} = 5-4=1\quad$ $\sqrt{10^{-2}} = \frac{1}{10}$

b) Vereinfache die Wurzelterme durch teilweises Radizieren möglichst weitgehend ohne Taschenrechner!

$\sqrt{18} = 3\sqrt{2}\quad \sqrt{80} = \sqrt{4\cdot4\cdot5} = 4\sqrt{5}\quad \sqrt{450} = \sqrt{2\cdot25\cdot9} = 15\sqrt{2}$

$\sqrt{\frac{162}{289}} = \sqrt{\frac{81\cdot2}{17\cdot17}} = \frac{9\sqrt{2}}{17}\quad \sqrt{\frac{243}{36}} = \sqrt{\frac{81\cdot3}{6\cdot6}} = \frac{9\sqrt{3}}{6} = \frac{3\sqrt{3}}{2}\quad \sqrt{1000} = \sqrt{100\cdot10} = 10\sqrt{10}$

c) Ersetze die Platzhalter ____ $\in \mathbb{N}$ so, dass eine wahre Aussage entsteht! Führe dazu einen Zwischenschritt ..... ein!

$\sqrt{4}+\sqrt{9} = 2+3=5 = \sqrt{25}\qquad \sqrt{18}-\sqrt{2} = 3\sqrt{2}-\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

$\sqrt{27}+3\sqrt{3} = 3\sqrt{3}+3\sqrt{3} = 6\sqrt{3} = \sqrt{108}\qquad \sqrt{169}-\sqrt{25} = 13-5=8 = \sqrt{64}$

d) Vereinfache jeden der Terme möglichst weitgehend ohne Taschenrechner!

$3(2+\sqrt{4}) = 3(2+2) = 3\cdot4 = 12$

$(\sqrt{6}+\sqrt{24})^2 = 6+2\sqrt{6}\cdot\sqrt{24}+24 = 30+2\cdot\sqrt{144} = 30+2\cdot12 = 30+24 = 54$

$(\sqrt{12}+4)(2-\sqrt{3}) = (2\sqrt{3}+4)(2-\sqrt{3}) = 4\sqrt{3}-2\cdot3+8-4\sqrt{3} = 2$

$(\sqrt{6}-\sqrt{54})\cdot(-\sqrt{2}) = -\sqrt{12}+\sqrt{108} = -2\sqrt{3}+6\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

e) Mache den Nenner rational und vereinfache möglichst weitgehend!

$\frac{3}{\sqrt{15}} = \frac{3\sqrt{15}}{15} = \frac{\sqrt{15}}{5}\qquad \frac{3}{2\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6}}{2\cdot6} = \frac{\sqrt{6}}{4}$

$\frac{x}{\sqrt{x}} = \frac{x\sqrt{x}}{x} = \sqrt{x}\qquad \frac{14}{\sqrt{2x+2y}} = \frac{14\cdot\sqrt{(2x+2y)}}{2x+2y} = \frac{7\sqrt{2x+2y}}{x+y}$

f) Vereinfache die Wurzelterme unter Verwendung der binomischen Formeln!

$\sqrt{x^2+2xy+y^2} = \sqrt{(x+y)^2} = |x+y|$

$\sqrt{x^4+2x^2y^2+y^4} = \sqrt{(x^2+y^2)^2} = x^2+y^2$

$\sqrt{4x^2-24x+36} = \sqrt{4(x^2-6x+9)} = 2\sqrt{(x-3)^2} = 2|x-3|$

2. Quadratische Funktionen

a) Gib bei jeder der durch ihre Scheitelpunktform $f: x \mapsto f(x)$ gegebenen Parabeln den Scheitelpunkt S und ihren Schnittpunkt S_y mit der y-Achse an! Bestimme zudem die allgemeine Form der Funktionsgleichung!

$f(x) = (x-1)^2+2$; $\quad S(1|2)\quad S_y(0|3)\quad f(x) = x^2-2x+3$

$f(x) = 2(x+3)^2-4$; $\quad S(-3|-4)\quad S_y(0|14)\quad f(x) = 2x^2+12x+14$

$f(x) = -2(x-1)^2$; $\quad S(1|0)\quad S_y(0|-2)\quad f(x) = -2x^2+4x-2$

b) Gib jeweils die Nullstelle(n) der Funktion f mit $f: x \mapsto f(x)$ und bestimme die allgemeine Form der Funktionsgleichung!

$f(x) = (x-1)(x+5)$; $x_1 = 1$; $x_2 = -5$ $\quad f(x) = x^2 + 4x - 5$

$f(x) = -2(x+9)(x-3{,}5)$; $x_1 = -9$; $x_2 = 3{,}5$ $\quad f(x) = -2x^2 - 11x + 63$

$f(x) = x(x-1)$; $x_1 = 0$; $x_2 = 1$ $\quad f(x) = x^2 - x$

$f(x) = (x-7)^2$; $x = 7$ $\quad f(x) = x^2 - 14x + 49$

c) Ermittle rechnerisch die Anzahl der Nullstellen der Funktion f mit $f: x \mapsto f(x)$ mit Hilfe der Diskriminate!

$\hookrightarrow D = b^2 - 4ac$

$f(x) = -x^2 + 5x - 2$; $D = 25 - 4\cdot(-1)\cdot(-2) = 25 - 8 = 17 > 0$ $\rightarrow$ 2 NST

$f(x) = 3x^2 - 6x + 3$; $D = 36 - 4\cdot 3\cdot 3 = 36 - 36 = 0$ $\rightarrow$ 1 NST

$f(x) = 2x^2 + 3x + 10$; $D = 9 - 4\cdot 2\cdot 10 = 9 - 80 = -71 < 0$ $\rightarrow$ keine NST

d) Bestimme jeweils die Lösungsmenge mithilfe der Lösungsformel (Mitternachtsforme)!

$0{,}5x^2 - 3x + 2{,}5 = 0$ $\quad x_{1/2} = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4\cdot 0{,}5\cdot 2{,}5}}{2\cdot 0{,}5} = \frac{3 \pm \sqrt{4}}{1} = 3 \pm 2$ $\quad x_1 = 5$ $\quad x_2 = 1$ $\quad L = \{1; 5\}$

$2x^2 - 12x + 18 = 0$ $\quad x_{1/2} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 4\cdot 2\cdot 18}}{2\cdot 2} = \frac{12 \pm \sqrt{0}}{4} = \frac{12}{4} = 3$ $\quad x = 3$ $\quad L = \{3\}$

e) Ordne die Funktionen den Graphen zu und gib eine Begründung für die Zuordnung an!

$\boxed{f(x) = 0{,}75(x-2)(x+2)}$

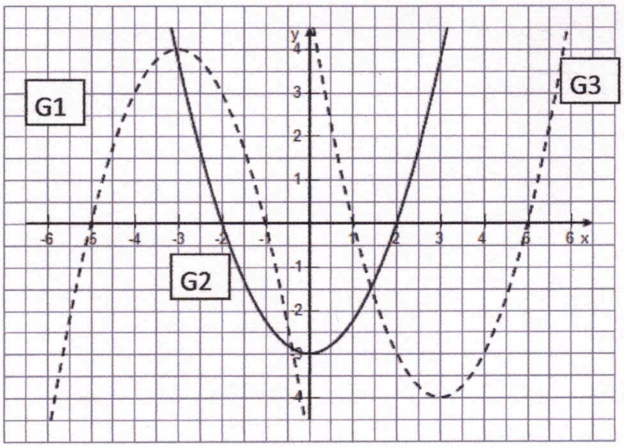
Graph G2, weil $x_1 = -2$ und $x_2 = 2$ die Nullstellen sein müssen

$\boxed{g(x) = (x-3)^2 - 4}$

Graph G3, weil der Scheitelpunkt bei (3|-4) liegen muss

$\boxed{h(x) = -x^2 - 6x - 5}$

Graph G1, weil die Parabel nach unten geöffnet sein muss



f) Gib bei jeder Bruchgleichung zunächst die maximale Definitionsmenge über der Grundmenge $G = \mathbb{R}$ an und berechne anschließend die Lösungsmenge!

$\frac{x}{3} + \frac{3}{x} = 2$; D = $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

$\frac{x\cdot x}{3\cdot x} + \frac{3\cdot 3}{3\cdot x} = 2$

$\frac{x^2 + 9}{3x} = 2$

$x^2 + 9 = 6x$

$x^2 - 6x + 9 = 0$

$(x-3)^2 = 0$

$x = 3$

$L = \{3\}$

$\frac{8x-5}{x} = \frac{9x}{x+2}$; D = $\mathbb{R} \setminus \{-2; 0\}$

$(8x-5)(x+2) = 9x^2$

$8x^2 + 11x - 10 = 9x^2$

$0 = x^2 - 11x + 10$

$0 = (x-10)(x-1)$

$x_1 = 10$

$x_2 = 1$

$L = \{1; 10\}$

$\frac{x}{1+x} = \frac{4-x}{1-x^2}$; D = $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$

$x(1-x^2) = (1+x)(4-x)$

$x(1-x)(1+x) = (1+x)(4-x)$ $\quad :x+1$

$x(1-x) = 4-x$

$x - x^2 = 4 - x$

$0 = x^2 - 2x + 4$

$x_{1/2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4\cdot 4}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{-12}}{2}$

↯

$L = \{\ \}$

g) Berechne jeweils die Lösungsmenge!

I: $x+y+z=9$
II: $x+y=5$
III: $y+z=8$

II: $x=5-y$
III: $z=8-y$
in I: $5-y+y+8-y=9$
$13-y=9$
$y=4$
$x=1$
$z=4$

I: $x+y+z=12$
II: $x-y+z=4$
III: $x-y-z=-6$

II: $x=4+y-z$
in I: $4+y-z+y+z=12$
$4+2y=12$
$y=4$
in I und III: I: $x=8-z$
III: $x=-2+z$
I = III: $8-z=-2+z$
$10=2z$
$z=5$
$x=3$

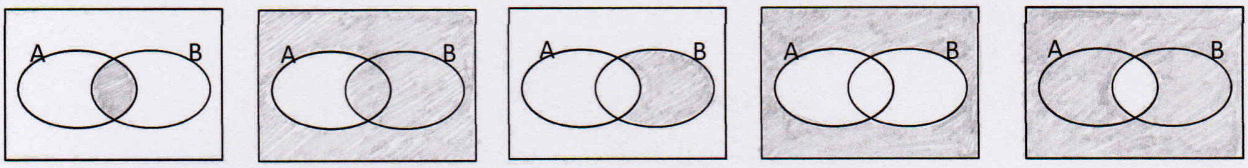
I: $6x+y-3z=9$
II: $2x+2y-z=3$
III: $5x-4y-4z=0$

I: $y=9-6x+3z$
I in II: $2x+18-12x+6z-z=3$
$z=-3+2x$
I in III: $5x-36+24x-12z-4z=0$
$29x-16z=36$
$x=4$
$z=-3+2\cdot4=5$
$z=5$
$y=9-6\cdot4+3\cdot5=0$
$y=0$

3. Wahrscheinlichkeit verknüpfter Ereignisse

a) Färbe jeweils die in der Mengenschreibweise dargestellte Menge im Mengendiagramm ein!

$A\cap B$ $\quad \bar{A}\cup B$ $\quad \bar{A}\cap B$ $\quad \overline{A\cup B}$ $\quad \bar{A}\cup\bar{B}$



b) Bei der Herstellung von Handys können Materialfehler M und Betriebssystemfehler B auftreten. Eine Stichprobe von 400 Handys ergibt, dass 8 Stück einen Materialfehler und 12 Stück einen Betriebssystemfehler haben. 2 Stück haben einen Betriebssystemfehler und einen Materialfehler.

Erstelle je eine Vierfeldertafel mit den absoluten und den relativen Häufigkeiten zu den Ereignissen M: ein Materialfehler liegt vor und B: ein Betriebssystemfehler liegt vor.

	M	$\bar{M}$	
B	2	10	12
$\bar{B}$	6	382	388
	8	392	400

	M	$\bar{M}$	
B	$\frac{2}{400}$	$\frac{10}{400}$	$\frac{12}{400}$
$\bar{B}$	$\frac{6}{400}$	$\frac{382}{400}$	$\frac{388}{400}$
	$\frac{8}{400}$	$\frac{392}{400}$	$\frac{400}{400}=1$

Die relativen Häufigkeiten können nun als Wahrscheinlichkeiten angesehen werden. Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei einem zufällig ausgewählten Handy

E_1: kein Materialfehler vorliegt $\quad P(E_1)=P(\bar{B}\cap\bar{M})=\frac{392}{400}=0{,}98=98\%$

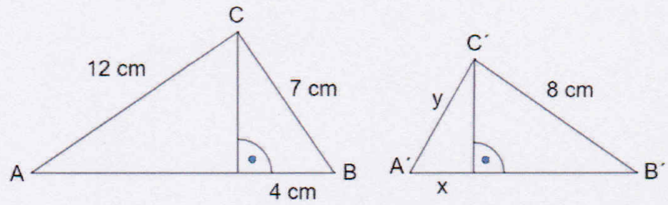
E_2: mindestens ein Fehler vorliegt $\quad P(E_2)=P(B\cup M)=P(M)+P(B)-P(B\cap M)=\frac{18}{400}=4{,}5\%$

E_3: höchstens ein Fehler vorliegt $\quad P(E_3)=1-P(B\cap M)=1-\frac{2}{400}=\frac{398}{400}=0{,}995=99{,}5\%$

E_4: genau einer der beiden Fehler vorliegt. $\quad P(E_4)=P(B\cap\bar{M})+P(\bar{B}\cap M)=\frac{16}{400}=0{,}04=4\%$

4. Ähnlichkeit und Strahlensatz

a) Die Dreiecke ABC und A'B'C' sind ähnlich. Berechne x und y ohne die Maßzahlen zu runden!



$\frac{12cm}{7cm} = \frac{8cm}{y}$

$12y\,cm = 56cm^2$

$y = \frac{14}{3}\,cm$

$y = 4\frac{2}{3}\,cm$

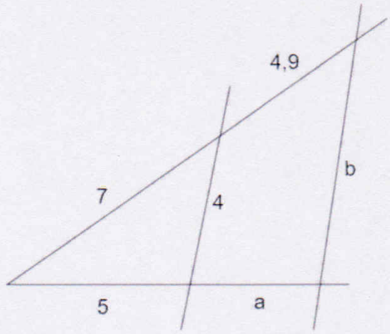
$\frac{\frac{14}{3}cm}{x} = \frac{7cm}{4cm}$

$7x\,cm = \frac{56}{3}\,cm^2$

$x = \frac{8}{3}\,cm$

$x = 2\frac{2}{3}\,cm$

b) In der Figur verlaufen die sich nicht schneidenden Geraden parallel. Berechne die Längen a und b.



$\frac{b}{4} = \frac{4,9+7}{7}$

$4 \cdot 11,9 = 7b$

$47,6 = 7b \quad |:7$

$b = 6,8$

$\frac{5+a}{5} = \frac{4,9+7}{7}$

$5 \cdot 11,9 = (5+a) \cdot 7$

$59,5 = 35 + 7a \quad |-35$

$24,5 = 7a \quad |:7$

$a = 3,5$

5. Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten und Erweiterung des Potenzbegriffes

a) Der Graph von f mit $f(x) = a \cdot x^n$ verläuft die Punkte A (1|2,5) und B (−2|−20). Bestimme $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ und $n \in \mathbb{N}$.

I: $2,5 = a \cdot 1^n$

$a = 2,5$

II: $-20 = a \cdot (-2)^n$

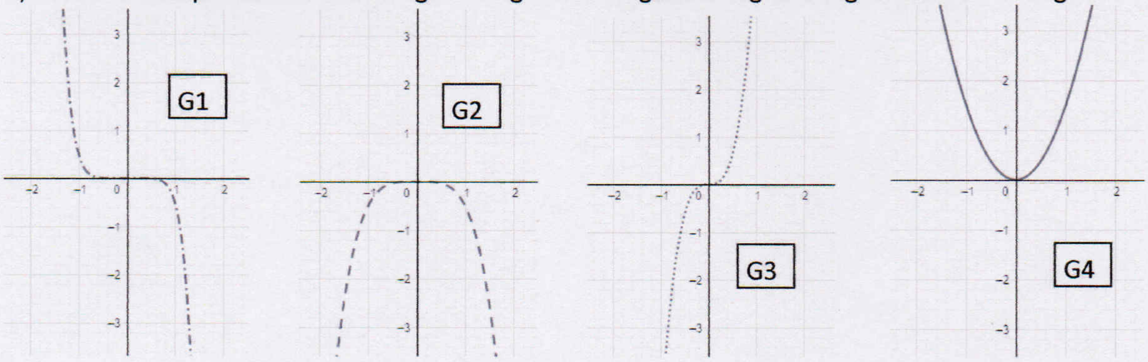
a in II: $-20 = 2,5 \cdot (-2)^n \quad |:2,5$

$-8 = (-2)^n$

$n = 3$

$\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = 2,5x^3}}$

b) Ordne die Graphen den Funktionsgleichungen zu und gib die Begründung für die Zuordnung an!



f(x) = $1,5x^2$ gehört zu Graph G4, weil a > 0 und n gerade

f(x) = $-0,5x^4$ gehört zu Graph G2, weil a < 0 und n gerade

f(x) = $5x^3$ gehört zu Graph G3, weil a > 0 und n ungerade

f(x) = $-0,5x^7$ gehört zu Graph G1, weil a < 0 und n ungerade

c) Bestimme jeweils die Lösungsmenge der Gleichung ohne Taschenrechner!

$x^9 = 1$

$x = \sqrt[9]{1} = 1$

$L = \{1\}$

$x^4 = -16$

$x = \sqrt[4]{-16}$ ↯

$L = \{\ \}$

$x^3 = \frac{8}{27}$

$x = \sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{2}{3}$

$L = \{\frac{2}{3}\}$

$x^5 = 0,00032$

$x = \sqrt[5]{0,00032} = 0,2$

$L = \{0,2\}$

d) Vereinfache jeden der Terme möglichst weitgehend und stelle ihn in Potenzschreibweise und in Wurzelschreibweise (bzw. als rationale Zahl) dar!

$2^{\frac{3}{5}} \cdot 2^{-\frac{4}{5}} = 2^{\frac{3}{5}+(-\frac{4}{5})} = 2^{-\frac{1}{5}} = \frac{1}{\sqrt[5]{2}}$

$81^{1,5} : 81^{1,25} = 81^{1,5-1,25} = 81^{0,25} = 81^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{81} = 3$

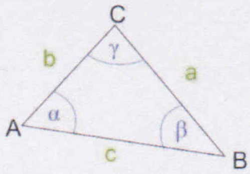
$\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[4]{4} = 4^{\frac{1}{3}} \cdot 4^{\frac{1}{4}} = 4^{\frac{1}{3}+\frac{1}{4}} = 4^{\frac{7}{12}} = \sqrt[12]{4^7}$

$(\sqrt{a^2})^{\frac{3}{4}} = a^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{a^3}$

$\sqrt[3]{\frac{2}{3}} : \sqrt[6]{\frac{4}{9}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{3}} : \left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{6}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{3}} : \left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^{\frac{1}{6}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{3}-2\cdot\frac{1}{6}} = \left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1$

6. Satz des Pythagoras

a) Berechne jeweils die fehlenden Seitenlängen sowie den Umfang und den Flächeninhalt des Dreiecks ABC auf eine Dezimale genau!



a = 8 cm; b = 5 cm; $\alpha = 90°$

$a^2 = b^2 + c^2$

$c = \sqrt{a^2 - b^2}$

$c = \sqrt{39\,cm^2} \approx 6{,}2\,cm$

$U = a + b + c \approx 19{,}2\,cm$

$A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot b \approx 15{,}5\,cm^2$

a = 3,5 cm; b = 7 cm; $\beta = 90°$

$a^2 + c^2 = b^2$

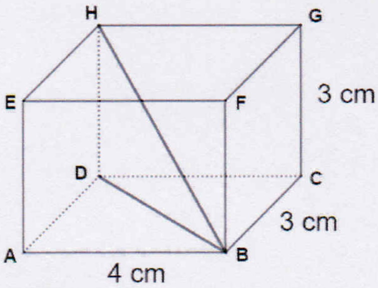
$c = \sqrt{b^2 - a^2}$

$c = \sqrt{36{,}75\,cm^2} \approx 6{,}1\,cm$

$U = a + b + c \approx 16{,}6\,cm$

$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \approx 10{,}7\,cm^2$

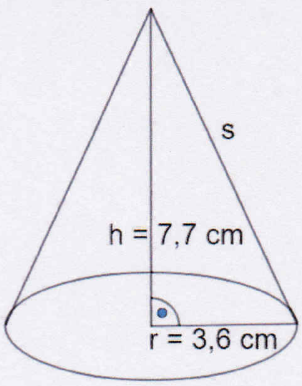
b) Berechne die Längen der eingezeichneten Diagonalen $\overline{BD}$ und $\overline{BH}$ des Quaders ABCDEFGH!

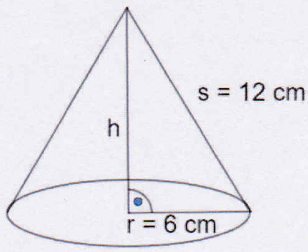


$\overline{BD} = \sqrt{(3\,cm)^2 + (4\,cm)^2} = \sqrt{25\,cm^2} = 5\,cm$

$\overline{BH} = \sqrt{(5\,cm)^2 + (3\,cm)^2} = \sqrt{34\,cm^2} \approx 5{,}8\,cm$

c) Bestimme jeweils die gesuchte Streckenlänge s bzw. h des geraden Kegels!





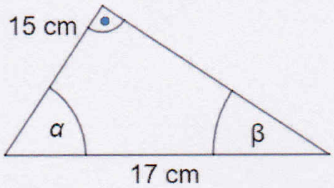
$s = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{(3{,}6\,cm)^2 + (7{,}7\,cm)^2}$
$= \sqrt{72{,}25\,cm^2} = 8{,}5\,cm$

$h = \sqrt{s^2 - r^2} = \sqrt{(12\,cm)^2 - (6\,cm)^2}$
$= \sqrt{108\,cm^2} = 6\sqrt{3}\,cm \approx 10{,}4\,cm$

Mathematik-Wiederholungsaufgaben Jahrgangsstufe 9

Trigonometrie

a) Berechne jeweils die Größen der fehlenden Innenwinkel auf Grad genau mit Hilfe der Verhältnisse der Längen der entsprechenden Seiten im rechtwinkligen Dreieck (Ankathete, Gegenkathete, Hypotenuse, sin, cos, tan)!

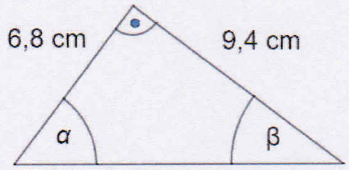


$\cos\alpha = \frac{15\,cm}{17\,cm} = \frac{15}{17}$

$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{15}{17}\right) \approx 28°$

$\sin\beta = \frac{15\,cm}{17\,cm} = \frac{15}{17}$

$\beta = \sin^{-1}\left(\frac{15}{17}\right) \approx 62°$



$\tan\alpha = \frac{9{,}4\,cm}{6{,}8\,cm} = \frac{9{,}4}{6{,}8}$

$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{9{,}4}{6{,}8}\right) \approx 54°$

$\tan\beta = \frac{6{,}8\,cm}{9{,}4\,cm} = \frac{6{,}8}{9{,}4}$

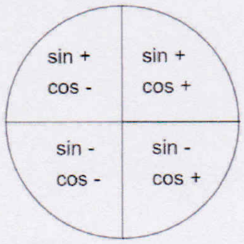
$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{6{,}8}{9{,}4}\right) \approx 36°$

b) Gib jeweils in dem Kästchen $\boxed{}$ an, ob der Termwert positiv, negativ oder null ist!

sin 51° $\boxed{+}$ cos 90° $\boxed{0}$ cos 323° $\boxed{+}$ sin 285° $\boxed{-}$

sin 178° $\boxed{+}$ cos 95° $\boxed{-}$ sin 180° $\boxed{0}$ cos 200° $\boxed{-}$

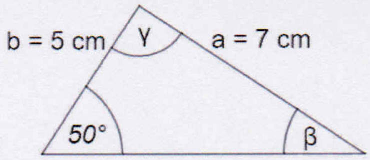
sin 265° $\boxed{-}$ cos 180° $\boxed{-}$ cos 87° $\boxed{+}$ sin 270° $\boxed{-}$



c) Gib jeweils einen Winkel α_1 an, dessen Sinuswert genauso groß ist wie der des angegebenen Winkels α, und einen Winkel α_2, dessen Kosinuswert genauso groß ist wie der des angegebenen Winkels α!

α	$\alpha_1 \to sin\alpha_1 = sin\alpha$	$\alpha_2 \to cos\alpha_2 = cos\alpha$	α	$\alpha_1 \to sin\alpha_1 = sin\alpha$	$\alpha_2 \to cos\alpha_2 = cos\alpha$
37°	$\alpha_1 = 143° = 180° - 37°$	$\alpha_2 = 323° = 360° - 37°$	90°	$\alpha_1 = 450° = 360° + 90°$	$\alpha_2 = 270° = 90° + 180°$
213°	$\alpha_1 = 327° = 360° - 33°$	$\alpha_2 = 147° = 180° - 33°$	180°	$\alpha_1 = 0°$	$\alpha_2 = 540° = 360° + 180°$
341°	$\alpha_1 = 199° = 180° + 19°$	$\alpha_2 = 19° = 0° + 19°$	146°	$\alpha_1 = 34° = 0° + 34°$	$\alpha_2 = 214° = 180° + 34°$

d) Berechne den fehlenden Winkel β mit Hilfe des Sinussatzes „Die Längen zweier Seiten verhalten sich wie die Sinuswerte ihrer Gegenwinkel" und anschließend den Winkel γ sowie die fehlende Seite a mit Hilfe des Kosinussatzes $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot cos\alpha$ auf Grad bzw. Millimeter genau!



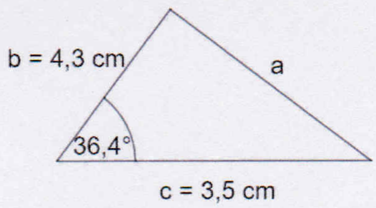
$\frac{a}{b} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$

$\frac{7}{5} = \frac{\sin 50°}{\sin\beta}$

$\sin\beta = \sin 50° \cdot \frac{5}{7}$

$\beta = \sin^{-1}\left(\sin 50° \cdot \frac{5}{7}\right) \approx 33°$

$\gamma = 180° - 50° - 33° = 97°$



$a^2 = (4{,}3\,cm)^2 + (3{,}5\,cm)^2 - 2 \cdot 4{,}3\,cm \cdot 3{,}5\,cm \cdot \cos 36{,}4°$

$a^2 \approx 6{,}51\,cm^2$

$a \approx 2{,}6\,cm$